ASUPRA DETERMINĂRII PARAMETRULUI UNEI PARABOLE

de

AUREL IOANOVICIU

Întrucit

(1)
$$X = x \cos \theta - y \sin \theta + x_0$$
$$Y = x \sin \theta + y \cos \theta + y_0$$

sînt transformările coordonatelor într-o deplasare plană, inclusiv o simetrie, rezultă că relațiile

(2)
$$X = \alpha x + \beta y + \gamma$$
$$Y = \alpha' x + \beta' y + \gamma'$$

reprezintă o deplasare, inclusiv o simetrie, dacă

(3) $$\beta = -\alpha', \ \alpha = \beta', \ \alpha'^2 + \beta'^2 = 1$$

Fie acum

(4) $$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \ AC - B^2 = 0$$

ecuația unei parabole. Putem face întotdeauna $A > 0$. Să notăm

$$A = a^2, \ C = c^2, \ B = \pm ac, \ I = A + C = a^2 + c^2.$$

Cu aceste notații avem

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} = D(BE - CD) - E(AE - BD) = -(aE \mp cD)^2$$

$$aE \mp cD = \sqrt{-\Delta}$$

Ecuația (4) se poate scrie

$$(rax \pm rcy + ru)^2 = 2p\left(r^2 \frac{au - D}{p} x - r^2 \frac{E \mp cu}{p} y + r^2 \frac{u^2 - F}{p}\right)$$

deci sub forma $Y^2 = 2pX$, iar relațiile (3) sînt

$$r(E \mp cu) = -ap, \; r(au - D) = \pm cp, \; r^2 I = 1.$$

Eliminînd pe u între primele două ecuații obținem

$$r\sqrt{-\Delta} = pI$$

și înlocuind pe r în prima ecuație găsim

$$p = \pm \sqrt{-\frac{\Delta}{I^3}}.$$

SUR LA DÉTERMINATION DU PARAMÈTRE D'UNE PARABOLE

Résumé

Dans la note on présente une nouvelle méthode pour déterminer le paramètre d'une parabole. L'auteur considère que la démonstration donnée dans cette note est plus simple et plus directe que celles déjà connues.