

SUR LES POLYNÔMES DE BERNOULLI

A. GAIBICI

1. On considère la fonction $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $[a, b] \subset \mathbb{R}$, ou $f \in C^{(n)}([a, b])$.

Soit F la réciproque de f , c'est-à-dire (c.n.d.)

$$F(f(x)) = x, \quad (\forall) x \in [a, b].$$

Pour trouver une solution x^0 d'équation

$$(1) \quad f(x) = 0, \quad (\forall) x \in [a, b],$$

dans l'ouvrage [1] on applique la méthode d'itération ayant l'ordre de convergence s , ($s \in \mathbb{N}$, $s \geq 2$),

$$(2) \quad x_{n+1} = E_n(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

où nous avons noté (\equiv) par

$$(3) \quad E_n(x) := x - \sum_{j=1}^{n-1} (-1)^{j-1} \frac{f^{(j)}(y)}{j!} f^{(j)}(x), \quad y := f(x), \quad (\forall) x \in (a, b)$$

Parce que:

$$1) \quad x^0 = F(f(x^0)) \text{ et } f(x^0) = 0 \Leftrightarrow x^0 = F(0)$$

et la formule de Taylor,

$$2) \quad F(0) = F(y) + \sum_{1!}^1 F'(y) + \sum_{2!}^2 F''(y) + \dots + (-1)^{n-1} \frac{y^{n-1}}{(n-1)!} F^{(n-1)}(y) + R_n(y)$$

on a $F(0) = E_n(x^0)$, c.n.d. $x^0 \equiv E_n(x^0)$