Buletinul Ştiinţific al Universităţii din Baia Mare
Seria B, Matematică-Informatică, vol.IX(1993), 123-128

PROBLEME HIPERBOLICE ASOCIATE CIRCUITELOR INTEGRATE CU SURSE DEPENDENTE DE TIMP

Rodica LUCA-TUDORACHE

Abstract. In this paper we study the qualitative properties (existence, uniqueness and regularity) of solutions to a class of hyperbolic systems in integrated circuits modelling.

In această lucrare vom studia următoarea problemă care apare în modelarea circuitelor integrate:

$$(S)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial i}{\partial t} + \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k(x)\, \dfrac{\partial^k v}{\partial x^k} + \alpha(x,i) = 0 \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} - \displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \dfrac{\partial^k}{\partial x^k}(a_k(x)i) + \beta(x,v) = 0, \; 0<x<1, \; 0<t<T \end{cases}$$

cu condiţia la limită:

$$(BC)\qquad \begin{bmatrix} \mathrm{col}((L_1 i)(t,0), -(L_1 i)(t,1), \ldots, (L_n i)(t,0), -(L_n i)(t,1)) \\ S(\mathrm{col}(\frac{dw_1}{dt}(t), \ldots, \frac{dw_m}{dt}(t))) \end{bmatrix} \in$$

$$\in -G \begin{bmatrix} \mathrm{col}(v(t,0), v(t,1), \ldots, \frac{\partial^{n-1} v}{\partial x^{n-1}}(t,0), \frac{\partial^{n-1} v}{\partial x^{n-1}}(t,1)) \\ \mathrm{col}(w_1(t), \ldots, w_m(t)) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \mathrm{col}(b_1(t), b_2(t), \ldots, b_{2n-1}(t), b_{2n}(t)) \\ \mathrm{col}(b_{2n+1}(t), \ldots, b_{2n+m}(t)) \end{bmatrix}, \quad t>0$$

şi condiţiile iniţiale:

$$(IC)\qquad \begin{cases} i(0,x) = i_0(x), \quad v(0,x) = v_0(x), \quad 0<x<1 \\ w_j(0) = w_{j0}, \quad j=\overline{1,m}, \end{cases}$$

unde $L_j i = \displaystyle\sum_{k=j}^{n} (-1)^{k-j} \frac{\partial^{k-j}}{\partial x^{k-j}}(a_k(x)i)$, $j=\overline{1,n}$, (n natural ≥ 1).

Introducem următoarele ipoteze:

(H.1) Funcţiile $a_k \in W^{k,\infty}(0,1)$, $k=\overline{0,n}$, $a_n(x) \neq 0$, $\forall\, x \in [0,1]$.

(H.2) Funcţiile $x \longrightarrow \alpha(x,p)$ şi $x \longrightarrow \beta(x,p) \in L^2(0,1)$, $\forall\, p \in \mathbb{R}$, iar funcţiile $p \longrightarrow \alpha(x,p)$ şi $p \longrightarrow \beta(x,p)$ sînt continue şi nedescrescătoare de la $\mathbb{R}$ la $\mathbb{R}$, a.p.t. $x \in (0,1)$.

(H.3) Operatorul $G : D(G) \subset \mathbb{R}^{2n+m} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}^{2n+m})$ este monoton şi se descompune în $G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$, unde $G_{11} : D(G_{11}) \subset \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}^{2n})$, $G_{12} : D(G_{12}) \subset \mathbb{R}^{m} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}^{2n})$, $G_{21} : D(G_{21}) \subset \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}^{m})$, $G_{22} : D(G_{22}) \subset \mathbb{R}^{m} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}^{m})$.

In plus, există $K_0 > 0$ astfel încît pentru $\forall\, x,y \in D(G)$ şi $\forall\, w_1 \in G(x)$, $w_2 \in G(y)$:

$$< w_1 - w_2, x-y >_{\mathbb{R}^{2n+m}} \geq K_0 \|x-y\|^2_{\mathbb{R}^{2n+m}}.$$

(H.4) $S = \mathrm{diag}(s_1,\dots,s_m)$ cu $s_j > 0$, $j = \overline{1,m}$.

Să considerăm spaţiile: $X = (L^2(0,1))^2$, $\mathbb{R}^m$ şi $Y = X \times \mathbb{R}^m$ cu produsele scalare corespunzătoare:

$$< f,g >_X = \int_0^1 f_1 \cdot g_1 \, dx + \int_0^1 f_2 \cdot g_2 \, dx, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \in X,$$

$$< x,y >_s = \sum_{i=1}^{m} s_i x_i y_i, \quad x,y \in \mathbb{R}^m,$$

$$< \begin{pmatrix} f \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} >_Y = < f,g >_X + < x,y >_s, \quad \begin{pmatrix} f \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \in Y.$$

Definim în continuare operatorul $\mathcal{A} : D(\mathcal{A}) \subset Y \longrightarrow Y$, $D(\mathcal{A}) = \left\{ \begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in Y;\ i,v \in H^n(0,1);\ w \in \mathbb{R}^m,\ \begin{pmatrix} \gamma_0 v \\ w \end{pmatrix} \in D(G),\ \gamma_1 i \in -G_{11}(\gamma_0 v) - G_{12}(w) \right\}$ cu $\gamma_0 v = \mathrm{col}(v(0), v(1), \dots, v^{(n-1)}(0), v^{(n-1)}(1))$, $\gamma_1 i = \mathrm{col}((L_1 i)(0), -(L_1 i)(1), \dots, (L_n i)(0), -(L_n i)(1))$ şi $L_j i = \sum_{k=j}^{n} (-1)^{k-j} (a_k i)^{(k-j)}$, $j = \overline{1,n}$,

$$\mathcal{A}\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{n} a_k v^{(k)} \\ -\sum_{k=0}^{n} (-1)^k (a_k i)^{(k)} \\ S^{-1} G_{21}(\gamma_0 v) + S^{-1} G_{22}(w) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in D(\mathcal{A}).$$

Notînd cu $Tv := \sum_{k=0}^{n} a_k v^{(k)}$ operatorul $\mathcal{A}$ se poate exprima mai simplu astfel:

$$\mathcal{A}\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Tv \\ -T^{*} i \\ S^{-1} G_{21}(\gamma_0 v) + S^{-1} G_{22}(w) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in D(\mathcal{A}),$$

unde T^* este adjunctul operatorului T.

De asemenea, definim operatorul $\mathcal{B} : D(\mathcal{B}) \subset Y \longrightarrow Y$, $\mathcal{B}\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\cdot, i) \\ \beta(\cdot, v) \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in D(\mathcal{B})$, $D(\mathcal{B}) = \left\{ \begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in Y,\ \mathcal{B}\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in Y \right\}$.

<u>Observaţie.</u> In ipotezele (H.1)-(H.4) mulţimea $D(\mathcal{A}) \neq \emptyset$ şi $D(\mathcal{A}) \subset D(\mathcal{B})$.

<u>Lema 1.</u> In ipotezele (H.1),(H.3) şi (H.4) operatorul $\mathcal{A}$ este maximal monoton.

<u>Lema 2.</u> In ipotezele (H.1)-(H.4) operatorul $\mathcal{A} + \mathcal{B}$ este maximal monoton.

Pentru a studia problema (S),(BC),(IC) vom face schimbarea de funcţii:

$i = \tilde{i} + \tilde{\tilde{i}}$,

unde $\tilde{\tilde{i}}(t,x) = A_1(t)x^{2n-1} + A_2(t)x^{2n-2} + \dots + A_{2n-1}(t)x + A_{2n}(t)$, cu $A_k(t)$, $k=\overline{1,2n}$ determinate (în mod unic) din sistemul: $\gamma_1 \tilde{\tilde{i}} = B(t)$, $B(t) = \mathrm{col}(b_1(t), \dots, b_{2n+m}(t))$.

Atunci problema noastră (S),(BC),(IC) poate fi reformulată astfel:

$$(\tilde{S}) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{i}}{\partial t} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k(x) \dfrac{\partial^k v}{\partial x^k} + \alpha(x, \tilde{i} + \tilde{\tilde{i}}) = \tilde{f}(t,x) \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (-1)^k \dfrac{\partial^k}{\partial x^k} (a_k(x)\tilde{i}) + \beta(x,v) = \tilde{g}(t,x), \quad 0<x<1,\ t>0 \end{cases}$$

cu condiţia la limită:

$$(\widetilde{BC}) \qquad \begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathrm{col}((L_1\tilde{i})(t,0), -(L_1\tilde{i})(t,1), \dots, (L_n\tilde{i})(t,0), -(L_n\tilde{i})(t,1)) \\ S(\mathrm{col}(\frac{dw_1}{dt}(t), \dots, \frac{dw_m}{dt}(t))) \end{bmatrix} \in \\ &\in -G \begin{bmatrix} \mathrm{col}(v(t,0), v(t,1), \dots, \frac{\partial^{n-1} v}{\partial x^{n-1}}(t,0), \frac{\partial^{n-1} v}{\partial x^{n-1}}(t,1)) \\ \mathrm{col}(w_1(t), \dots, w_m(t)) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \mathrm{col}(b_{2n+1}(t), \dots, b_{2n+m}(t)) \end{bmatrix}, \quad t>0 \end{aligned}$$

şi condiţiile iniţiale:

$$(\widetilde{IC}) \qquad \begin{cases} \tilde{i}(0,x) = \tilde{i}_0(x), \ v(0,x) = v_0(x), \ 0<x<1 \\ w_j(0) = w_{j0}, \quad j=\overline{1,m}, \end{cases}$$

unde $\tilde{f}(t,x) = -\frac{\partial \tilde{\tilde{i}}}{\partial t}(t,x)$, $\tilde{g}(t,x) = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k \frac{\partial^k}{\partial x^k}(a_k(x)\tilde{\tilde{i}})$, $0<x<1$, $t>0$,

$\tilde{i}_o(x) = i_o(x) - \tilde{\tilde{i}}(0,x)$, $0<x<1$.

Cu ajutorul operatorilor $\mathcal{A}$ şi $\mathcal{B}$ problema $(\tilde{S}),(\widetilde{BC}),(\widetilde{IC})$ ne conduce la următoarea problemă Cauchy dependentă de timp în spaţiul Y:

$$(\tilde{P})\quad \begin{cases} \frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\tilde{i}\\ v\\ w\end{pmatrix} + \mathcal{A}\begin{pmatrix}\tilde{i}\\ v\\ w\end{pmatrix} + \mathcal{B}\begin{pmatrix}\tilde{i}+\tilde{\tilde{i}}\\ v\\ w\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{f}(t,.)\\ \tilde{g}(t,.)\\ S^{-1}B_2(t)\end{pmatrix}, & t>0,\\ \begin{pmatrix}\tilde{i}(0)\\ v(0)\\ w(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{i}_o\\ v_o\\ w_o\end{pmatrix}, \end{cases}$$

unde $w_o = col(w_{1o},\dots,w_{mo})$, $B_2(t) = col(b_{2n+1}(t),\dots,b_{2n+m}(t))$.

<u>Teorema 1.</u> Presupunem ipotezele (H.1)-(H.4) îndeplinite. Fie $b_k \in W^{1,2}(0,T)$, $k=\overline{1,2n+m}$, iar $i_o,v_o \in H^n(0,1)$, $w_o \in \mathbb{R}^m$, $\begin{pmatrix}\gamma_o v_o\\ w_o\end{pmatrix} \in D(G)$ şi $B_1(0) \in \gamma_1 i_o + G_{11}(\gamma_o v_o) + G_{12}(w_o)$. Atunci problema (S),(BC),(IC) are o soluţie tare unică $\begin{pmatrix}i\\ v\\ w\end{pmatrix} \in W^{1,\infty}(0,T;Y)$. In plus: $i,v \in L^{\infty}(0,T;H^n(0,1))$, deci $\frac{\partial^r i}{\partial x^r}, \frac{\partial^r v}{\partial x^r} \in L^{\infty}((0,T)\times(0,1))$, $r=\overline{0,n-1}$, $(B_1(t) = col(b_1(t),\dots,b_{2n}(t)))$.

<u>Demonstraţie.</u> (schiţă) Presupunem fără a restrînge generalitatea problemei că operatorii G şi $\mathcal{A}$ sînt univoci. Intr-o primă etapă presupunem că $b_k \in W^{2,\infty}(0,T)$, $k=\overline{1,2n}$, $b_k \in W^{1,\infty}(0,T)$, $k=\overline{2n+1,2n+m}$, iar $\alpha(x,.)$ este Lipschitz continuă cu constanta Lipschitz independentă de x. Folosind teorema lui Kato (vezi [2]), rezultă că problema $(\tilde{P})$ are o soluţie tare unică $\begin{pmatrix}\tilde{i}\\ v\\ w\end{pmatrix} \in W^{1,\infty}(0,T;Y)$. In plus, $\begin{pmatrix}\tilde{i}\\ v\\ w\end{pmatrix}$ este diferenţiabilăla dreapta pe $[0,T)$ şi

$$\begin{cases} \frac{d^+}{dt}\begin{pmatrix}\tilde{i}(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} + \mathcal{A}\begin{pmatrix}\tilde{i}(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} + \mathcal{B}\begin{pmatrix}\tilde{i}(t)+\tilde{\tilde{i}}(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{f}(t,.)\\ \tilde{g}(t,.)\\ S^{-1}B_2(t)\end{pmatrix}, & 0\le t<T\\ \begin{pmatrix}\tilde{i}(0)\\ v(0)\\ w(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{i}_o\\ v_o\\ w_o\end{pmatrix}. \end{cases}$$

Astfel:

$$\begin{cases} \frac{d^+}{dt}\begin{pmatrix}i(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} + \mathcal{A}\begin{pmatrix}i(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} + \mathcal{B}\begin{pmatrix}i(t)\\ v(t)\\ w(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ S^{-1}B_2(t)\end{pmatrix}, & 0\le t<T, \text{ în } Y\\ (\gamma_1 i)(t) = -G_{11}(\gamma_o v)(t) - G_{12}(w)(t) + B_1(t), & 0\le t<T,\\ \begin{pmatrix}i(0)\\ v(0)\\ w(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}i_o\\ v_o\\ w_o\end{pmatrix}, \end{cases}$$

deci $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix}$ este soluție a problemei (S),(BC),(IC).

Să presupunem în continuare că funcția $\alpha(x,.)$ nu este Lipschitz continuă și să înlocuim pe α cu aproximanta Yosida $\alpha_\lambda(x,.)$, $\lambda>0$. Conform celor de mai sus rezultă că problema $(\widetilde{P})$ cu α_λ în locul lui α are o soluție tare unică $\begin{pmatrix} i^\lambda \\ v^\lambda \\ w^\lambda \end{pmatrix} \in W^{1,\infty}(0,T;Y)$, adică $\begin{pmatrix} i^\lambda \\ v^\lambda \\ w^\lambda \end{pmatrix}$ verifică următoarea problemă:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d^+}{dt}\begin{pmatrix} i^\lambda(t) \\ v^\lambda(t) \\ w^\lambda(t) \end{pmatrix} + \mathcal{A}\begin{pmatrix} i^\lambda(t) \\ v^\lambda(t) \\ w^\lambda(t) \end{pmatrix} + \mathcal{B}_\lambda\begin{pmatrix} i^\lambda(t) \\ v^\lambda(t) \\ w^\lambda(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ S^{-1}B_2(t) \end{pmatrix}, \quad 0\le t<T, \text{ în } Y \\ (\gamma_1 i^\lambda)(t) = -G_{11}(\gamma_0 v^\lambda)(t) - G_{12}(w^\lambda)(t) + B_1(t), \quad 0\le t<T, \\ \begin{pmatrix} i^\lambda(0) \\ v^\lambda(0) \\ w^\lambda(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

cu $\mathcal{B}_\lambda\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_\lambda(.,i) \\ \beta(.,v) \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda>0$. Din (1), folosind ipotezele obținem estimarea:

$$\sup_{\substack{\lambda>0 \\ 0<t<T}} \left\| \begin{pmatrix} di^\lambda/_{dt}(t) \\ dv^\lambda/_{dt}(t) \\ dw^\lambda/_{dt}(t) \end{pmatrix} \right\|_Y \le \text{const.} \quad \text{Deci:} \quad \sup_{\substack{0<t<T \\ \lambda>0}} \left\| \frac{\partial i^\lambda}{\partial t}(t,.) \right\|_{L^2(0,1)} \le \text{const.},$$

$$\sup_{\substack{0<t<T \\ \lambda>0}} \left\| \frac{\partial v^\lambda}{\partial t}(t,.) \right\|_{L^2(0,1)} \le \text{const.} \quad \text{și} \quad \sup_{\substack{0<t<T \\ \lambda>0}} \left| \frac{dw_j^\lambda}{dt}(t) \right| \le \text{const.}, \; j=\overline{1,m},$$

de unde rezultă că:

$$(2)\quad \begin{array}{l} \{i^\lambda; \lambda>0\}, \{v^\lambda; \lambda>0\} \text{ sînt mărginite în } L^\infty(0,T;L^2(0,1)) \text{ și} \\ \{w_j^\lambda; \lambda>0\} \text{ sînt mărginite în } L^\infty(0,T),\; j=\overline{1,m}. \end{array}$$

Folosind ipotezele problemei deducem în continuare:

$$\int_0^1 \left[|(Tv^\lambda)(t,x)| + |(T^* i^\lambda)(t,x)| \right] dx \le \text{const.}, \; t>0, \; \lambda>0.$$

Deci șirurile $\{Tv^\lambda; \lambda>0\}$ și $\{T^* i^\lambda; \lambda>0\}$ sînt mărginite în $L^\infty(0,T;L^1(0,1))$, de unde, folosind (2) și Lema A din [7], rezultă că:

$$\left\{ \frac{\partial^r i^\lambda}{\partial x^r}; \lambda>0 \right\} \text{ și } \left\{ \frac{\partial^r v^\lambda}{\partial x^r}; \lambda>0 \right\}, \; r=\overline{0,n-1},$$

sînt mărginite în $L^\infty((0,T)\times(0,1))$, iar șirul:

$$\left\{ \mathcal{B}_\lambda \begin{pmatrix} i^\lambda \\ v^\lambda \\ w^\lambda \end{pmatrix} ; \; \lambda>0 \right\} \text{ este mărginit în } L^2(0,T;Y).$$

Apoi, folosind (1), obținem:

$$\left\| \begin{pmatrix} i^\lambda(t) - i^\mu(t) \\ v^\lambda(t) - v^\mu(t) \\ w^\lambda(t) - w^\mu(t) \end{pmatrix} \right\|_Y \le \text{const.}\,(\lambda+\mu)^{1/2}, \quad 0\le t\le T, \; \lambda, \mu>0.$$

Din această inegalitate rezultă că șirul $\begin{pmatrix} i^\lambda \\ v^\lambda \\ w^\lambda \end{pmatrix}$ converge la un element $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix}$ pentru $\lambda \longrightarrow 0$ în spațiul $C([0,T];Y)$. Aplicînd teorema convergenței dominate a lui Lebesgue rezultă că $\mathcal{B}_\lambda\begin{pmatrix} i^\lambda \\ v^\lambda \\ w^\lambda \end{pmatrix} \longrightarrow \mathcal{B}\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix}$, pentru $\lambda \longrightarrow 0$, tare în $L^2(0,T;Y)$. Trecînd la limită pentru $\lambda \longrightarrow 0$ în (1), deducem că $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix}$ este soluţie tare a problemei (S),(BC),(IC).

Pentru cazul general $b_k \in W^{1,2}(0,T)$, $k=\overline{1,2n+m}$ şi proprietăţile de regularitate ale soluţiei $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix}$ din enunţul teoremei, demonstraţia este asemănătoare cu cea a Teoremei 1 din [3]. q.e.d.

Teorema 2. Presupunem ipotezele (H.1)-(H.4) îndeplinite. Dacă $b_k \in L^2(0,T)$, $k=\overline{1,2n+m}$, iar $i_0, v_0 \in L^2(0,1)$, $w_0 \in \overline{D(G_{12}) \cap D(G_{22})}$, atunci problema (S),(BC),(IC) are o soluţie slabă unică $\begin{pmatrix} i \\ v \\ w \end{pmatrix} \in C([0,T];Y)$.

Demonstraţie. (schiţă) Din ipotezele teoremei rezultă că $\begin{pmatrix} i_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \in \overline{D(\mathcal{A})}$.

Fie $\left\{\begin{pmatrix} i_0^j \\ v_0^j \\ w_0^j \end{pmatrix}\right\}_{j\geq 1} \subset Y$ astfel încît $\begin{pmatrix} \tilde{i}_0^j \\ v_0^j \\ w_0^j \end{pmatrix} \in D(\mathcal{A})$, $\begin{pmatrix} i_0^j \\ v_0^j \\ w_0^j \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} i_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix}$,

pentru $j \longrightarrow \infty$, în Y şi $\{b_k(j)\}_{j\geq 1} \subset W^{1,2}(0,T)$, $k=\overline{1,2n+m}$, astfel încît $b_k(j) \longrightarrow b_k$, pentru $j \longrightarrow \infty$, în $L^2(0,T)$, $k=\overline{1,2n+m}$. Atunci soluţiile tari corespunzătoare $\begin{pmatrix} i(j) \\ v(j) \\ w(j) \end{pmatrix} \in W^{1,\infty}(0,T;Y)$ ale problemei (S),(BC),(IC), satisfac:

$$\left\|\begin{pmatrix} i(j)(t) \\ v(j)(t) \\ w(j)(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} i(p)(t) \\ v(p)(t) \\ w(p)(t) \end{pmatrix}\right\|_Y^2 \leq \left\|\begin{pmatrix} i_0^j \\ v_0^j \\ w_0^j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} i_0^p \\ v_0^p \\ w_0^p \end{pmatrix}\right\|_Y^2 +$$

$$+ \text{const.} \int_0^t \|B(j)(s)-B(p)(s)\|^2_{\mathbb{R}^{2n+m}}\, ds, \quad 0\leq t\leq T,\ \forall\, j,p \in \mathbb{N}^*,$$

de unde deducem concluzia teoremei. q.e.d.

Bibliografie

1. V.Barbu, "Nonlinear Semigroups and Differential Equations in Banach Spaces", Noordhoff, Leyden, 1976.
2. T.Kato, Nonlinear semigroups and evolution equations, J.Math.Soc. Jap., 19 (4), 1967, p.508-520.
3. R.Luca and G.Moroşanu, Hyperbolic problems in integrated circuits modelling, Studii şi Cercetări matematice, tom 44, nr.5(1992), p.355-373.
4. R.Luca and G.Moroşanu, On a class of nonlinear hyperbolic systems, Memoriile secţiilor ştiinţifice ale Academiei Române, in press.
5. R.Luca-Tudorache, Probleme mixte pentru o clasă de sisteme neliniare hiperbolice, va apare.
6. G.Moroşanu, "Nonlinear Evolution Equations and Applications", D.Reidel, Dordrecht, 1988.
7. G.Moroşanu and D.Petrovanu, Nonlinear Boundary Value Problems for a Class of Hyperbolic Partial Differential Systems, Atti Sem.Mat.Fis.Univ.Modena, XXXIV (1985-86), p.295-316.