

SUR UN PROBLEME DE POLLUTION DANS LES RIVIERES
ET LES CANAUX

Lidia E. KOZMA

Dans la présente étude nous nous proposons de faire le point sur la méthodologie utilisée dans le contexte de la recherche du déversement des polluants dans le canal Dunavat dans le Delta du Danube et le proposer une nouvelle variante de calcul des coefficients.

Dans le cas d'un mouvement fluide à polluants déversés dans les rivières et canaux, il se pose le problème suivants:

Déterminer $c(x, y, t)$ - le champ des concentrés de equation (1)

$$(1) \quad \frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - v_x \frac{\partial c}{\partial x} - v_y \frac{\partial c}{\partial y} - \lambda \cdot c$$

où

v_x, v_y - les projections de la vitesse du fluide sur les axes choisis

D_x, D_y - les coefficients de diffusion turbulente longitudinaux et transversaux.

λ - constante de réaction du contaminant

Une première hypothèse qui simplifie est $\frac{\partial c}{\partial z} = 0$ - c'est-à-dire qu'on considère

la cote de la rivière (du canal) constante et le mouvement est en plan horizontal.

Le but des mesurages expérimentaux est la détermination des coefficients

D_x, D_y - lesquels permettent par la suite la détermination des concentrés. Dans le

cadre des expériences in situ on a utilisé des substances radioactives traceuses ainsi que de la rodamine.

En ce cas $\lambda = 0$ pour une période de réduction de moitié petite.

Si l'on utilise un isotope à période de réduction à moitié bien supérieure à la durée de l'expérience on emploie l'équation (1) telle quelle.

Dans le cas des expériences effectuées dans le Delta du Danube on a eu $\lambda = 0$, la solution de l'équation (1) est

$$(2) \quad c = c_{\max} \cdot e^{-\left[\frac{(x - v_x \cdot t)^2}{4D_x \cdot t} + \frac{(y - v_y \cdot t)^2}{4D_y \cdot t} \right] \lambda t}$$

ou bien pour $\lambda = 0 \Rightarrow$

$$(3) \quad \frac{(x - v_x \cdot t)^2}{4D_x \cdot t \cdot \ln \frac{c_{\max}}{c}} + \frac{(y - v_y \cdot t)^2}{4D_y \cdot t \cdot \ln \frac{c_{\max}}{c}} = 1$$

qui représente à un certain moment une ellipse de isoconcentration centrée dans $(v_x t_0; v_y t_0)$ avec les demi-axes

$$(4) \quad b = 2 \sqrt{D_x \cdot t_0 \cdot \ln \frac{c_{\max}}{c}}$$

$$(5) \quad a = 2 \sqrt{D_y \cdot t_0 \cdot \ln \frac{c_{\max}}{c}}$$

en sachant que (4) et (5) se déterminent $D_x; D_y$ en fonction de $\frac{c_{\max}}{c}$.

Les courbes de isoconcentration se retrouvent rarement sous la forme d'ellipses parfaites et c'est pour cette raison qu'on travaille avec des ellipses équivalentes

$$b = \sqrt{\frac{S}{\pi} \cdot \frac{d}{D}}; \quad a = \sqrt{\frac{S}{\pi} \cdot \frac{D}{d}}$$

ou

S = la surface délimitée par la courbe de isoconcentration originaire

D = la longueur maximale de la courbe originaire

$d =$ la largeur maximale de la courbe originale

Des relations (4) et (5) on détermine les coefficients de dispersion $D_x; D_y$ en

sachant $\frac{c_{\max}}{c_i}$

La vérification de la normalité de la loi de distribution $c = c(t)$ dans le cas de la "rotation"

$$m_i = \frac{\sum c_i}{n} = 831,5 = \bar{c}$$

La variable aléatoire centrale $\tilde{c}_i = c_i - \bar{c}$

On note

$$d = \frac{\sum \tilde{c}_i}{n} = 676,8$$

$$F_w = \frac{417 + 561}{2} = 489$$

$$\frac{F_w}{d} = 0,72 < 0,8453 \text{ avec } 15\%$$

$$\sigma^2 = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{\sum \tilde{c}_i^2}{n} = 780237,4722$$

$$\sigma = 883,31$$

$$\frac{F_w}{\sigma} = \frac{489}{883} = 0,553 < 0,67 \text{ avec } 11\%$$

La loi de la distribution $c = c(t)$ suit une loi normale par

$$\sigma = 883,31$$

$$\bar{c} = 831,5$$

On considérera que d'autres polluants peuvent avoir la même dispersion, cas où

$$2D_x \cdot t = \sigma_x^2$$

$$D_x = \frac{\sigma_x^2}{2 \cdot 180} = 2167,32$$

et la loi de distribution d'après l'axe "Ox" sera

$$c(x, 0, t) = c_{\max} \cdot e^{-\frac{(x - v_x \cdot t)^2}{4D_x \cdot t}}$$

On a comparé la fonction $c(x, 0, t)$ avec les données obtenues par d'autres substances radioactives traceuses - par exemple l'isotope radioactif

La vitesse du courant

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{t} = 0,413 \frac{m}{s} = 1,4868 \frac{km}{h}$$

et

$$c = 2852 \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(x - \bar{x})^2}{280717}}$$

On a analysé les données de la table des mesures

c_i - la concentration est donnée par N(imp/20 s)

$$m_c = \frac{\sum c_i}{n} = 2507,57$$

La variable aléatoire centrée $y_i = c_i - m_c$

$$\sum y_i^2 = 35038336$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum y_i^2}{n-1} = 2919861,333$$

$$\sigma = 1709$$

$$E_{\sigma} = 1122$$

$$\frac{E_{\sigma}}{\sigma} = \frac{1122}{1709} = 0,6565 \quad (*)$$

$$d = \frac{\sum |y_i|}{n} = 1410,46$$

$$\frac{E_{\sigma}}{d} = 0,7957 \quad (**)$$

Il résulte des relations (*) et (**) que la distribution de la concentration de l'isotope par rapport à l'axe Ox est normale.

Si l'on trace les points dont on mesure les coordonnées et si l'on essaie d'obtenir les ellipses de isoconcentration on se retrouve dans une situation embarrassante, car on ne peut pas savoir de manière exacte les quels des points sont à données erronées.

Pour la construction des ellipses d'isoconcentration on s'est servi d'une méthode empruntée à la topographie, à savoir la détermination de la ligne à la plus grande pente dans le cas d'un profil (figure 3).

Si la distribution de la concentration suivait une loi $c = c(x, y)$ comme celle de la figure (2) et (3) - la ligne continue, on ne pourrait pas avoir de distribution normales. Voilà la raison pour laquelle on exclut le point "z" en obtenant une courbe de distribution ressemblante à la courbe de Gauss, on peut allonger sur la direction AB de dispersion du polluant.

La courbe expérimentale "la ligne à la plus grande pente" dessinée de couleur noire permet la localisation des courants plus puissants sur le canal examine comme suit: la zone des points 2-3-4 est soumise à un courant plus puissant que la zone des points 9-10-11-12.

La figure (3) permet la détermination de la demi-axe des ellipses d'isoconcentration sur la direction AB, en employant la relations de la pg.4

$$h_1 = x_{12} - x_2 = 216 - 101,78 = 114 \text{ m}$$

$$\Delta t_1 = 240 - 20 = 220 \text{ s}$$

$$b_2 = x_4 - x_{1,3} = 87 \text{ m}$$

$$\Delta t_2 = 180 - 40 = 140 \text{ s}$$

$$D_x = \frac{b_2^2 - b_1^2}{32(t_2 - t_1)} = \frac{87^2 - 114^2}{32(220 - 140)} = 2,1199 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] = 2,12 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

CONCLUSIONS

Pour la détermination des coefficients $D_x ; D_y$, il est nécessaire d'avoir en vue:

- Les mesurages doivent être exécutés dans la direction des courants des rivières (exemple la ligne AB), en suivant deux trasiors (exemple la rodamine et l'isotope radioactif)

- Le nombre des points de mesure suffisamment grand pour pouvoir déterminer la loi de répartition expérimentale de la concentration, en fonction de temps et d'espace.

- La vérification de la correction du calcul du coefficient D_x se fasse sur au moins deux profil situé à 800 m distance sur le même canal, pour obtenir la valeur

$$D_x = 2,16 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]. \text{ La direction du courant plus puissant déduit à la faveur du procédé$$

"de la ligne à la plus grande pente" coïncide avec celle remarquée dans la canal, le courant principal déterminante l'érosion plus prononcée de la zone. L'étude de ce problème peut s'approfondir en vue de l'estimation de l'influence des courants sur les rives.

Anexe - pg. suivantes.

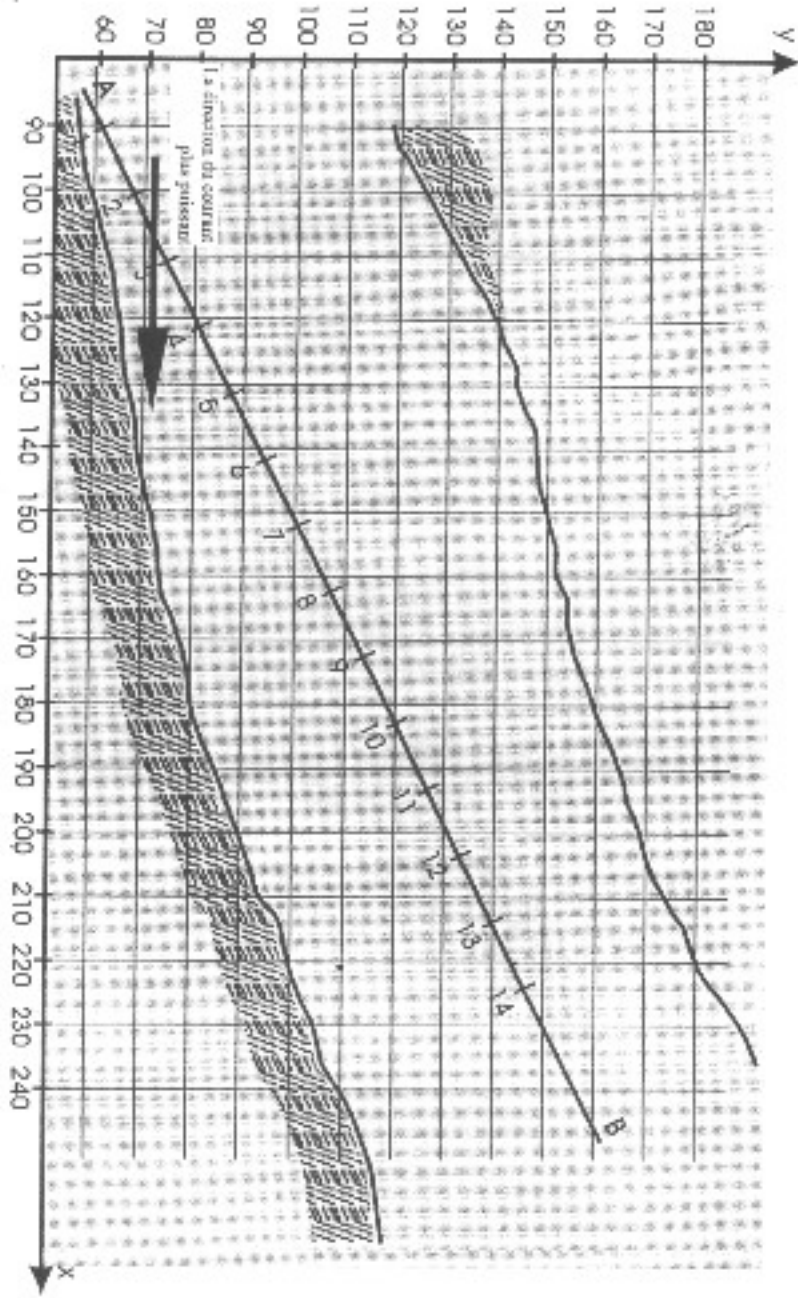


Figure 1.

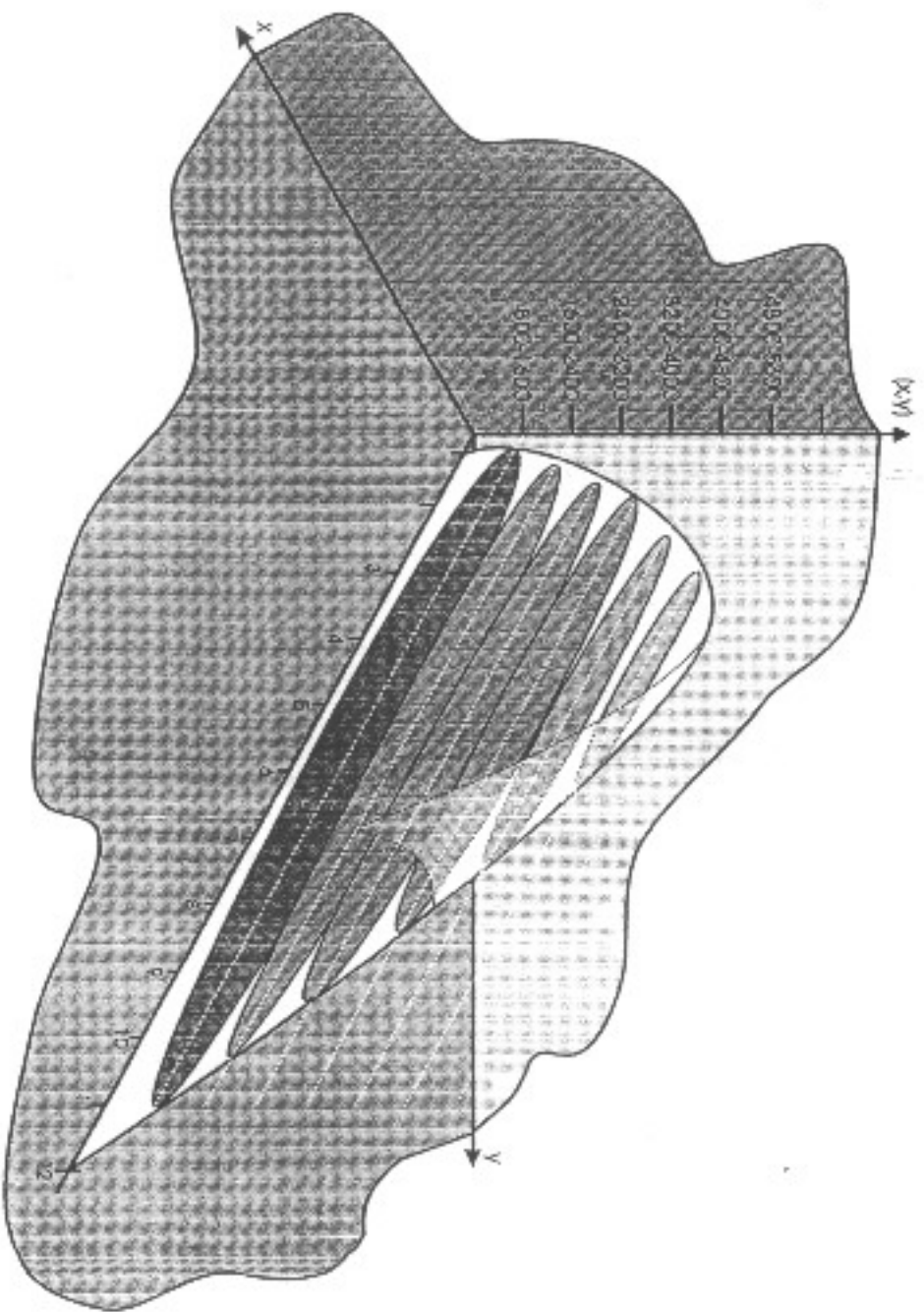


Figure 2. Des ellipses d'isocentration sur la direction AB

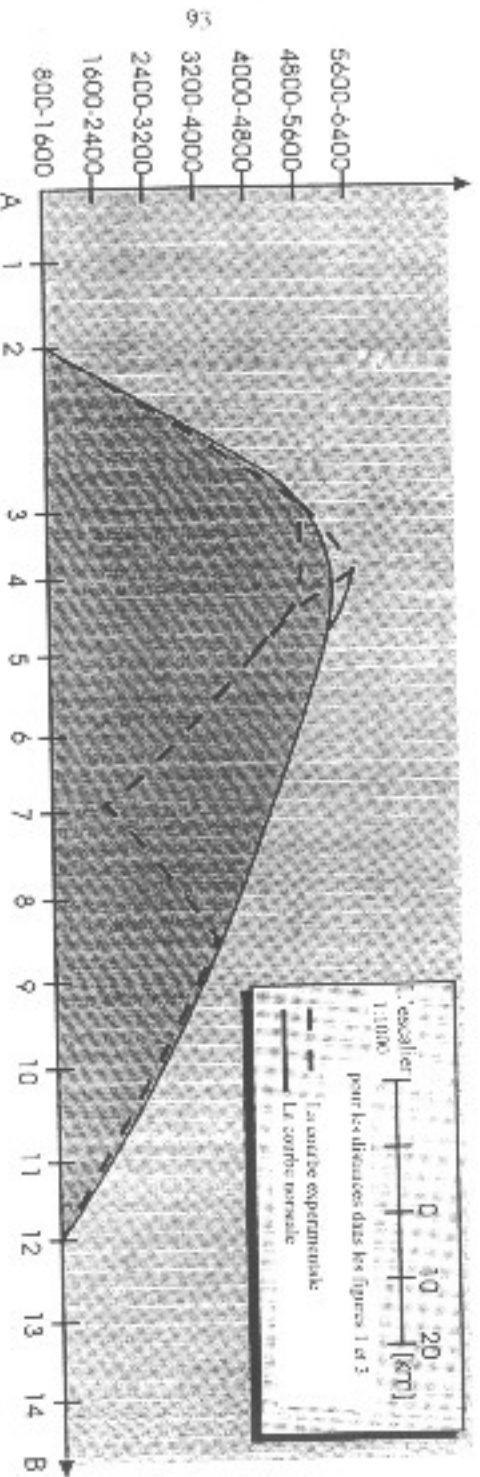


Figure 3.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BELTAOS,S., "Longitudinals Dispersion in Rivers", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol. 106(1980), 151-172
- [2] BEER,T.YOUNG,P.C., "Longitudinal dispersion in natural streams", J Euviron.Eng.Div.ASCE., 109(5), (1983), (1049-1067)
- [3] H.PLATA BEDMAR,L.ARAGUAS, JAEA, Vienna ,
E.TORRES,E.OBLANDO,G.JIEMENEZ, JAN, Bogota
A.ZAPATA, University of Natural Resources, Vienna (Hydraulic parameters of River Magdalena (Colombia) from large scale tracer experiments)

Received 15.06.1997

North University of Baia Mare
Department of Mathematics and Computer Science
Victoriei 76, 4800 Baia Mare
ROMANIA
E-mail:lidik@univer.ubm.ro